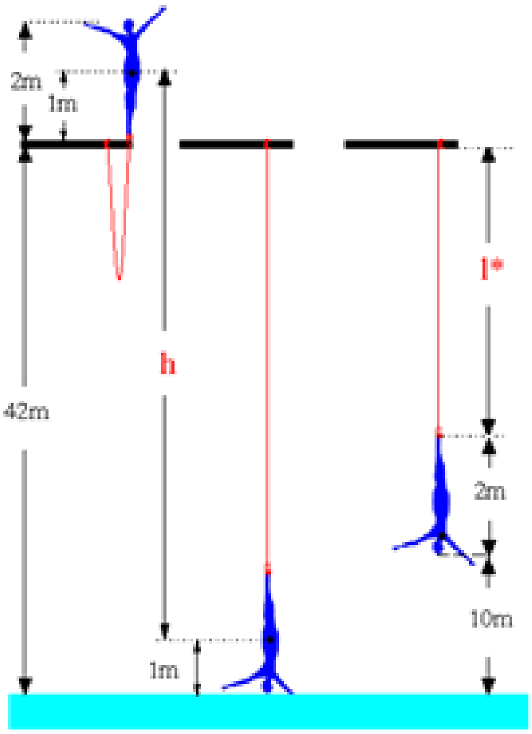
Jugend forscht Projekt 2012/2013

Thema:

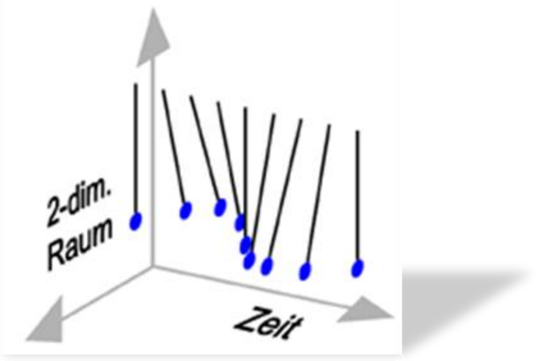
Varietät mechanischer Systeme

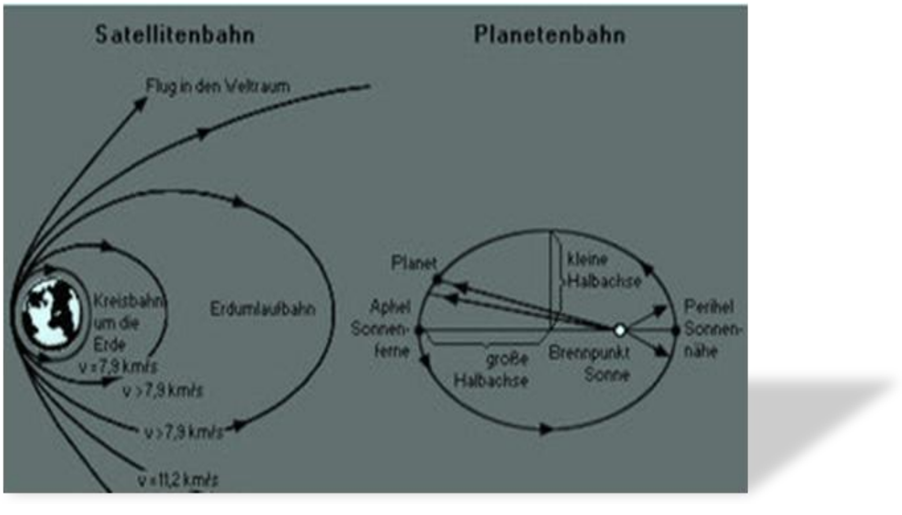


Teilnehmer:
Franziska Cernohous (cerni_f@yahoo.de)

Betreuender Lehrer
Herr Czech

Inhaltsverzeichnis — Seite





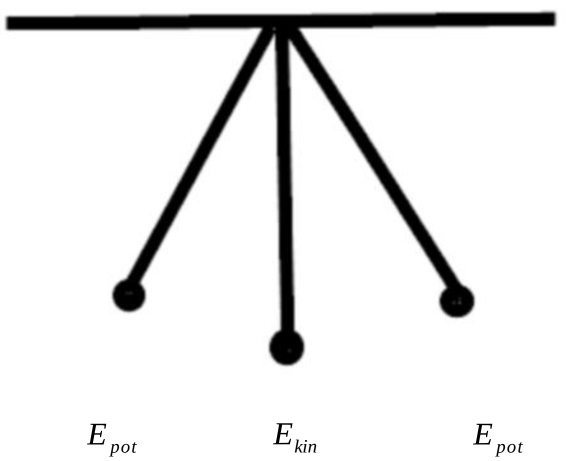
1. Motivation und Ziele

In diesem Schuljahr habe ich mich in der Kreativwerkstatt für die Arbeitsgemeinschaft Physik eingetragen, da ich mich schon seit längerem für physikalische Themen interessiere. Über Bewegungsgleichungen, Kraftansätze und Energiebetrachtungen habe ich physikalische Sachverhalte untersucht. Dabei hat mich besonders die Varietät auf bestimmte physikalische Größen fasziniert. Für die Beurteilung eines komplexen Systems habe ich die Größen experimentell analysiert, verglichen, bewertet und Schussfolgerungen abgeleitet.
In meiner Arbeit möchte ich meine Forschungsergebnisse vom theoretischen Zweikörperproblem auf das praktische Dreikörperproblem präsentieren. Dabei stehen die Gesetze der Gravitation und Möglichkeiten der Fehlerberechnung im Vordergrund.

2. Das theoretische Zweikörperproblem

Das Zweikörperproblem ist recht einfach am Beispiel eines Fadenpendels zu erklären. Wenn ich dem schwingungsfähigen System Energie zu führe, entsteht eine zeitlich periodische Bewegung um die Gleichgewichtslage. Ursache für diese Bewegung ist ein Kräftegleichgewicht zwischen der Seilkraft und der Beschleunigung, wodurch die Bahnkurve (Bewegungsgleichung) beschrieben wird. Dabei ist die Periodendauer proportional zur Wurzel aus der Pendellänge unter dem Einfluss eines konstanten Ortsfaktors. Wenn ich die Reibung vernachlässige, gilt die Formel: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Somit erfolgt eine periodische Umwandlung von potentieller in kinetische Energie und umgekehrt, bei gleicher Amplitude. Die Energieumwandlung sieht dann so aus:



Die Bewegungsgleichung bei diesem System lautet: $y = y_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$.

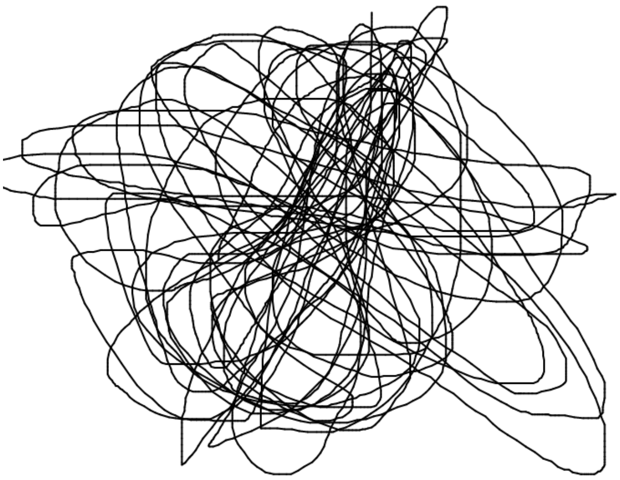
Aus Natur und Technik gibt es aber auch noch ein paar praktische Anwendungen. Hierbei teilt man die Schwingungen in erwünschte und unerwünschte Schwingungen.

Erwünschte Schwingungen	Unerwünschte Schwingungen
Bei Saiteninstrumenten	Bei einer Balkenwaage
Bei einem Presslufthammer	Bei einer Waschmaschine
Bei einer Stimmgabel	Bei einer Kranlast

Doch was passiert im realen System bei Einfluss der Reibung und einem variierenden Ortsfaktor? In einem Experiment habe ich diesen Einfluss untersucht, indem ich einen Magneten direkt unter das Pendel gestellt habe. Stellt man die oben genannte Gleichung nach dem Ortsfaktor g um und führt mehrfache Messungen zur Bestimmung der Periodendauer durch, auch bei unterschiedlicher Pendellänge, so erhält man eine Umgebung um den mittleren Ortsfaktor der Erde. Vergrößert sich der Ortsfaktor, so kann ich schlussfolgern, dass die Gravitation auf das Pendel zunimmt – damit wird die Periodendauer kleiner und die Frequenz höher.
Um herauszufinden um wie viel sich der Ortsfaktor verstärkt hat, muss man die oben genannte Formel einfach nur nach dem Ortsfaktor g umstellen.

Das sieht dann so aus: $\frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2} = g$

Was passiert aber, wenn der Magnet nicht direkt unter dem Pendel steht und damit aus der Gleichgewichtslage des Pendels genommen wird? Dann entsteht ein Attraktor. Bei diesem Prinzip bewegt sich das Pendel in chaotischen Bewegungen, kommt aber immer wieder in eine bestimmte Aufenthaltswahrscheinlichkeit für seine Bewegung zurück.
In dieser Skizze habe ich versucht die Bewegung des Pendels aufzuzeichnen.



Bewegungsbahn (-spur) des Massepunkts

3. Varietät mechanischer Systeme

Unter der Varietät eines mechanischen Systems wird in meiner Arbeit die Veränderung von bestimmten Konstanten, bzw. Annahmen auf die beschreibenden physikalischen Größen des Systems bezeichnet. Bei einem Pendel kann diese sich ändernde Größe zum Beispiel der Ortsfaktor g sein. Je nachdem, in wie fern er sich verändert schwingt das Pendel entweder schneller oder langsamer - somit variiert das mechanische System.

4. Kräfte als Ursache für Bewegung

Ein Modell, an dem man sehr gut den Einfluss der Kräfte auf die Bewegung zeigen kann, ist der Einfluss der Radialkraft. Hierfür nimmt man einen Faden, zwei unterschiedlich schwere Massestücke und eine kleine Röhre. Der Faden wird durch die Röhre gelegt und an beiden Enden des Fadens wird je ein Massestück befestigt. Dann hält man die Röhre fest und sorgt dafür, dass man genug Platz hat und das leichtere Massestück oben ist. Wenn man nun das obere Massestück über seinen Kopf kreisen lässt, wird das schwerere Massestück von dem Leichteren nach oben gezogen. Die Schnelligkeit, mit der das schwerere Massestück nach oben gezogen wird, hängt von der Geschwindigkeit, mit der man das leichtere dreht, ab. Die Geschwindigkeitsänderung bewirkt nach dem Grundgesetz der Dynamik eine Veränderung der Beschleunigung und damit der wirkenden Kraft auf den Körper. Die Bewegung des Körpers (Spur) beschreibt somit wieder eine Gleichgewichtslage der wirkenden Kräfte und entspricht damit der Varietät des mechanischen Systems. Analoge Feststellungen lassen sich zum Beispiel auf die Planetenbewegung um die Sonne beziehen.

5. Energiebetrachtung

Die Energiebetrachtung lässt sich an dem Beispiel des Bungee Jumping sehr gut darstellen. In dem Moment, in der die Person springt, wandelt sie die potentielle Energie in kinetische Energie um und sorgt damit dafür, dass sich das elastische Band, an dem sie hängt, ausdehnt. Das Gummiband kann sich aber nur bis zu einer bestimmten Länge ausdehnen. Diese Energie wird als Spannenergie bezeichnet. Am Umkehrpunkt ist die kinetische Energie des Körpers vollständig in die potentielle Energie des gespannten Seils umgewandelt und die rücktreibende Kraft sorgt für die Änderung der Bewegungsrichtung nach oben. Damit wandelt sich periodisch potentielle in kinetische Energie um, bei abnehmender Amplitude aufgrund der Umwandlung von kinetische in thermische Energie.

6. Fehlerbetrachtung

Bei allen Experimenten müssen eventuell auftretende Fehler beachten werden. Für die Untersuchung werden systematische und zufällige Fehler herangezogen. Systematische Fehler können dadurch auftreten, dass einige Messgeräte zu viel oder zu wenig anzeigen. Diesen Fehler kann man beheben, indem man die Messgeräte besser justiert oder gegen präzisere Geräte austauscht. Eine weitere Fehlerart sind zufällige Fehler. Diese sind nicht genau zu bestimmen, denn sie liegen in einer bestimmten Umgebung (Normalverteilung). Hierbei können die Ausreißer unter den Werten weglassen werden. Die Erhöhung der Anzahl der Messwerte führt zu einem besseren Erwartungswert.
Eine Beispielrechnung: Ich lasse das Pendel 10-mal schwingen und messe 10-mal die Zeit, die das Pendel für diese 10 Schwingungen braucht. Die Länge des Pendels beträgt 27,5cm. Folgende Messtabelle zeigt die aufgenommenen Messwerte:

9,94s	10,98	11,96s	10,67s	10,95s	10,90s	11,10s	10,78s	11,18s	10,96s

Bei dieser Messung ist der Wert 9,94s der Wert, der am meisten von den übrigen abweicht. Das heißt, dieser Wert könnte weggelassen oder neu bestimmt werden. Bei einer neuen Messung habe ich diesen Weg mit 11,10s ersetzt. Aus den bereits gemessenen und dem neuen

Wert habe ich einen Mittelwert für 10 volle Schwingungen von 11,06s bestimmt. Die Periodendauer T ergibt damit einen sinnvollen Rundungswert von 1,1s
Der theoretische Wert lässt sich über die bekannte Formeln berechnen:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$. Wenn man jetzt die Werte richtig einsetzt entsteht dabei diese Lösung:

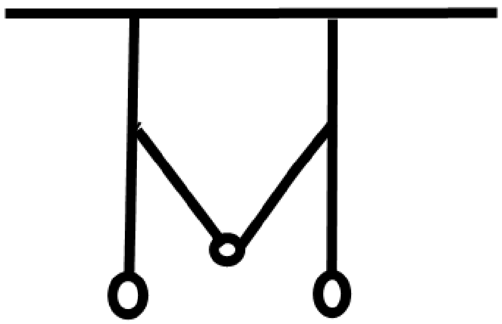
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}275m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}}$$

$$\underline{\underline{T = 1{,}05s}}$$

Die beiden Werte, also einmal der mittlere Wert der Messungen und einmal der berechnete Wert, haben einen absoluten Fehler von 0,05s.
Wenn ich jetzt den prozentuellen Fehler berechnen will, muss ich den absoluten Fehler mal 100 und dann durch die 1,05s rechnen. Dabei kommt dann 4,76% also rund 5% raus.

7. Untersuchung des gekoppelten Pendels

Das gekoppelte Pendel besteht aus zwei nebeneinander hängenden Pendeln, die mit einem Verbindungsstück miteinander verbunden sind. Das sieht in etwa so aus:



Hierbei haben aber auch noch andere Größen einen Einfluss, wie zum Beispiel die Pendellänge, der Ortsfaktor, das Massestück, das an der Verbindung hängt, die Höhe in der das Verbindungsstück angebracht ist…
Aus genau diesem Grund, dass es hierbei so viele Einflüsse gibt, hat man noch keine eindeutige Formel für den allgemeinen Fall gefunden.

Wenn man das eine Pendel anstößt und misst, wie lange es dauert, bis 10 Schwingungen vorüber sind kommt dabei folgendes heraus:

Kopplung 9cm über dem Gewicht des Pendels:

Masse der Kopplung:	10g	20g	40g
Zeitdauer:	3,06s	1,81s	1,30s

Kopplung 12,5cm über dem Gewicht des Pendels:

Masse der Kopplung:	10g	20g	40g
Zeitdauer:	5,47s	3,41s	2,48s

Kopplung 15,5cm über dem Gewicht des Pendels:

Masse der Kopplung:	10g	20g	40g
Zeitdauer:	8,49s	4,91s	2,54s

Kopplung 23cm über dem Gewicht des Pendels:

Masse der Kopplung:	10g	20g	40g
Zeitdauer:	31,67s	31,32s	23,59s

Wenn man dann jetzt noch schaut, wie lange das „einfache“ Pendel für die gleiche Anzahl von Schwingungen braucht, ist das schon sehr erstaunlich. Es braucht nämlich 10,5s. Ursache für diese unterschiedlichen Messwerte liegt in der Varietät des mechanischen Systems. Die Kopplung zwischen den Pendeln beschreibt dabei eine sogenannte Störfunktion. Die allgemeine Bewegungsgleichung wird durch die Reibung, die Gravitation und diese Störfunktion z. B. $y = A \cdot \cos \omega t$ beschrieben. Wenn die Pendellängen und Pendelmassen genau gleich lang sind und die Kopplung bei einer bestimmten Masse symmetrisch zum Gesamtsystem sind, bei Vernachlässigung der Reibung liegt ein harmonischer Schwingungsfall vor(ein Idealfall). Meine Beobachtungen zeigten, dass das eine Pendel dann immer einen maximalen Ausschlag hatte und das andere kurzzeitig seine Gleichgewichtslagen erreichte und danach sich der Schwingungszustände umdrehten. Diesen Vorgang bezeichne ich als Idealzustand, der dieses Gesamtsystem als theoretisches Zweikörperproblem darstellt.

7.1. Wellen

Wellen sind zeitlich und räumlich periodisch wiederkehrende mechanische Bewegungen mit Ausbreitung einer Schwingung in einem Raum. Voraussetzungen dafür sind schwingungsfähige Teilchen und Kopplungskräfte. Beispiele für Wellen sind die Seilwelle, die Wasserwelle und die Schallwelle. Hierbei liegt ein Energietransport ohne Stofftransport vor. Ein Beispiel dafür ist, wenn sich ein Ball auf dem Wasser befindet. Wenn das Wasser in Schwingungen versetzt wird, entstehen Wellen. Diese entstandenen Wellen transportieren den Ball im Idealfall nicht an einen anderen Ort, sondern lassen ihn nur auf und ab wippen.

Doch was haben Wellen jetzt mit meinem Forschungsthema zu tun?
Das ist einfach erklärt: Bei dem gekoppelten Pendel liegt eine zeitlich und räumlich periodisch wiederkehrende Bewegung vor. Das heißt, dass sich die Schwingungen auf das andere Pendel übertragen. Damit ist das gekoppelte Pendel eine anschauliche Darstellung für das Wellenmodell. Aber auch hier findet eine Varietät eines mechanischen Systems statt, da die Kohäsionskräfte zwischen den schwingungsfähigen Teilchen nicht gleich sind, weiterhin treten Reibungseffekte auf, sodass auch hier eine Störfunktion vorhanden ist. Dadurch ändern sich Amplitude, Wellenlänge und die Ausbreitung der Welle ist begrenzt.

7.2. Gravitation

Mithilfe des Gravitationsgesetzes und bekannter Ortfaktoren lassen sich Masse und Fluchtgeschwindigkeiten der Planeten bestimmen.
Die Gewichtskraft F_G eines Körpers auf der Oberfläche ist gleich der Gravitationskraft zwischen ihm und der Erde. Also gilt: $m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$

und damit gilt dann auch: $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$

G= Gravitationskonstante M und R = Masse und Radius des Zentralkörpers

Um Masse der Erde zu berechnen, nehmen wir wieder den mittleren Ortsfaktor g der Erde von rund $9{,}81 \frac{m}{s^2}$ an.

Wenn ich jetzt damit die Masse der Erde ausrechnen will, dann sieht das so aus:
Gesucht: M
Gegeben:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

$$R = 6371 km = 6{,}371 \cdot 10^6 m$$

Lösung:

$$M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

$$M = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(6{,}371 \cdot 10^6 m\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}}$$

$$\underline{\underline{M = 5{,}97 \cdot 10^{24} kg}}$$

Jetzt kann man mit dieser Berechnung zum Beispiel noch die Masse des Mars berechnen und die Ergebnisse dann vergleichen. Dazu muss man allerdings auch wissen, dass der Ortsfaktor g auf dem Mars rund $3{,}7\,\frac{m}{s^2}$ beträgt.

Gesucht: M

Gegeben:

$$G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$g = 3{,}7\,\frac{m}{s^2}$$

$$R = 3{,}394 \cdot 10^6\,m$$

Masse des Mars:

$$M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

$$M = \frac{3{,}7\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(3{,}394 \cdot 10^6\,m\right)^2}{6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2}}$$

$$\underline{\underline{M = 6{,}39 \cdot 10^{23}\,kg}}$$

Jetzt zur Bestimmung der 1. kosmischen Geschwindigkeit, dem Kräftegleichgewicht (der Umlaufbahn um die Erde) zwischen der Fliehkraft und der Gravitationskraft:

Dazu wird folgende Formel verwendet: $\frac{m \cdot v_K^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$ und damit: $v_K = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$ bestimmt:

$$v_K = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$$

$$v_K = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg}{6{,}371 \cdot 10^6\,m}}$$

$$v_K = 7905{,}8\,\frac{m}{ms}$$

$$\underline{\underline{v_K = 7{,}9\,\frac{km}{s}}}$$

Der Idealzustand für diese Berechnung ist eine Kreisbahn. Weiter Berechnung über Mond und Sonne und andere Planeten führen dann zu analogen bekannten Zweikörperproblemen. Wenn man das Ganze jetzt mit einem gekoppelten Pendel vergleichen würde, dann wäre die Sonne die Gravitationskraft, die Erde das Pendelsystem und der Mond die Kopplung. Der Mond wäre also bei diesem gekoppelten Pendel das Verbindungsstück. Er sorgt dafür, dass sich die Erde auf einer stabileren Bahn bewegt.

Er sorgt mit seinem Dasein auch dafür, dass auf der Erde zum Beispiel die Gezeiten der Meere entstehen. Damit sorgt er wahrscheinlich für einen konstanteren Ortsfaktor auf der Erde. Wenn der Ortsfaktor stärker schwanken würde, könnte es zum Beispiel einen Einfluss auf das Wachstum von Lebewesen haben. Die Gravitation hat also eine besondere Bedeutung für die Entwicklung unseres Universums.

8. Fazit und Ausblick

Aus meinen Untersuchungen konnte ich für die Beurteilung von mechanischen Systemen folgende Schlussfolgerungen ziehen: Ausgangspunkt der Untersuchung ist immer eine notwendige Analyse des physikalischen Systems. Welche Größen werden für eine Modellbildung des theoretischen Zweikörperproblems herangezogen? Wie lauten die damit geltenden Gesetze?
Unter welchen Voraussetzungen ergeben die Messwerte ein sinnvolles Ergebnis für den Vergleich von Theorie und Praxis.
[Nach Stephen W. Hawking existiert eine physikalische Theorie „nur in unserer Vorstellung und besitzt keine andere Wirklichkeit (was immer das bedeuten mag). Gut ist eine Theorie, wenn sie zwei Voraussetzungen erfüllt: Sie muß eine große Klasse von Beobachtungen auf der Grundlage eines Modells beschreiben, das nur einige wenige beliebige Elemente enthält, und sie muß bestimmte Voraussagen über die Ergebnisse künftiger Beobachtungen ermöglichen. So war beispielsweise die Aristotelische Theorie, daß alles aus den vier Elementen Erde, Luft, Feuer und Wasser bestehe, einfach genug, um den genannten Bedingungen zu genügen, führte aber zu keinen deutlichen Vorhersagen. Newtons Gravitationstheorie dagegen, die auf einem noch einfacheren Modell beruht - Körper ziehen sich mit einer Kraft an, die ihrer Masse proportional und dem Quadrat der Entfernung zwischen ihnen umgekehrt proportional ist -, sagt die Bewegungen der Sonne, des Mondes und der Planeten mit großer Präzision voraus. Jede physikalische Theorie ist insofern vorläufig, als sie nur eine Hypothese darstellt: Man kann sie nie beweisen. Wie häufig auch immer die Ergebnisse von Experimenten mit einer Theorie übereinstimmen, man kann nie sicher sein, daß das Ergebnis nicht beim nächstemal der Theorie widersprechen wird.
Dagegen ist eine Theorie widerlegt, wenn man nur eine einzige Beobachtung findet, die nicht den aus ihr abgeleiteten Voraussagen übereinstimmt. ...“] (Hawking: Eine kurze Geschichte der Zeit, Die Suche nach der Urkraft des Universums, S. 23f)
Beispielsweise ergaben sehr genaue Beobachtungen des Planeten Merkur, "daß seine Bewegung geringfügig von den Vorhersagen der Newtonschen Gravitationstheorie abweicht. Genau diese Abweichung hatte Einsteins allgemeine Relativitätstheorie vorausgesagt. Die Übereinstimmung der Einsteinschen Vorhersagen mit dem, was man sah, und die Unstimmigkeit der Newtonschen Vorhersagen gehörten zu den entscheidenden Bestätigungen der neuen Theorie. ..."
Die berechneten physikalischen Größen aus den gegebenen Messwerten lagen immer in einer Umgebung zu dem Tabellenwert. Zum Beispiel die Gravitationskonstante auf der Erde schwankt um mindestens plus, minus 2,5%. Daraus ergibt sich eine unterschiedliche Gravitation auf mechanische Systeme. Die Bewegung der Körper auf den Bahnen eines Kräftegleichgewichts ist somit unterschiedlich. Das Interessante dabei ist auch die Wechselwirkung vom Mikro- bis hin zum Makrokosmus.

Ich habe gelesen, dass Elektronen sich auf sogenannten Aufenthaltsbahnen um den Atomkern bewegen. Auch Planeten bewegen sich auf unterschiedlichen Bahnen durch Schwankungen. Astrophysiker haben nachgewiesen, dass selbst Sternsysteme sich um schwarze Löcher in einer bestimmten Umgebung bewegen.
In meiner Arbeit habe ich versucht über relativ einfache physikalische Vorgänge komplexere Systeme zu veranschaulichen. Dabei ist die Varietät wahrscheinlich ein Maß für die Komplexität.
In meinen weiteren Untersuchungen möchte ich mich mit der Quantifizierung des Parameters A in der Störfunktion durch einfache Simulationen in anschaulichen Experimenten beschäftigen.

9. Quellenangabe

http://de.wikipedia.org/wiki/Sonne
http://de.wikipedia.org/wiki/Mond
http://www.leifiphysik.de/web_ph08/umwelt_technik/10_planeten/g-faktoren.htm
http://www.aj-dons.de/Physik/Galilei/GFall.pdf

Bildquellen:

Deckblatt:
http://www.leifiphysik.de/web_ph11/musteraufgaben/05_erhaltungssatz/bungee/bungee_l.htm

Inhaltsverzeichnis: http://www.google.de/search?q..

10. Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen Lehrern meiner Schule bedanken, die mir die nötige Zeit und das nötige Grundwissen für diese Arbeit gegeben haben.
Ein außerordentlicher Dank geht an Herrn Czech, der mir mit Rat und Tat zur Seite stand und mir diese interessante Möglichkeit vermittelte, bei Jugend forscht mitzuarbeiten. Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die es mir ermöglichen, meinen Interessen im Bereich Physik nachzugehen.

11. Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich in dieser Jugend-forscht-Arbeit meine eigenen Ideen und Herangehensweisen selbstständig erarbeitet habe. Die physikalischen Hintergrundinformationen wurden in meiner Quellenangabe angeführt.